

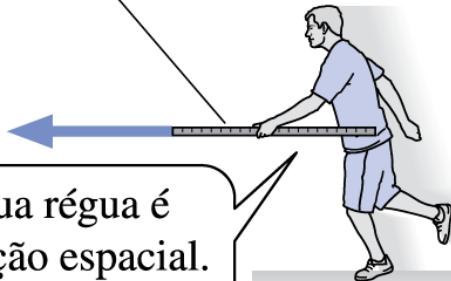
Paradoxo?

Sua régua é mais curta que a minha.
Ocorreu contração espacial porque
você está se movendo relativamente
a mim.



Carmen

Réguas



Dan

Não pode ser. A sua régua é
que sofreu contração espacial.
Ela é a régua mais curta.

P: Quem está certo?

A) Carmen

B) Dan

C) Ambos

**D) Nenhum dos dois: as duas
réguas tem comprimentos
iguais nos dois referenciais.**

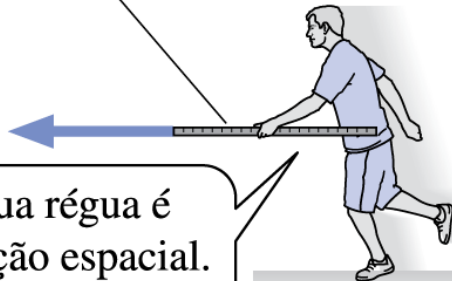
Paradoxo?

Sua régua é mais curta que a minha.
Ocorreu contração espacial porque
você está se movendo relativamente
a mim.



Carmen

Réguas



Dan

Não pode ser. A sua régua é
que sofreu contração espacial.
Ela é a régua mais curta.

P: Quem está certo?

A) Carmen

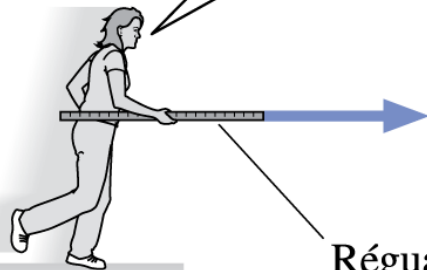
B) Dan

C) Ambos

**D) Nenhum dos dois: as duas
réguas tem comprimentos
iguais nos dois referenciais.**

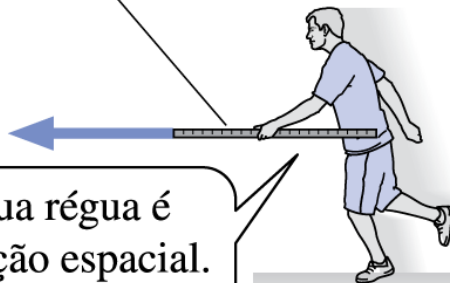
Paradoxo?

Sua régua é mais curta que a minha.
Ocorreu contração espacial porque
você está se movendo relativamente
a mim.



Carmen

Réguas



Dan

Não pode ser. A sua régua é
que sofreu contração espacial.
Ela é a régua mais curta.

Para medir o comprimento de um corpo em movimento, é preciso **medir simultaneamente a posição de cada extremidade**

Ex: No Ref. S de Carmen, são simultâneos:

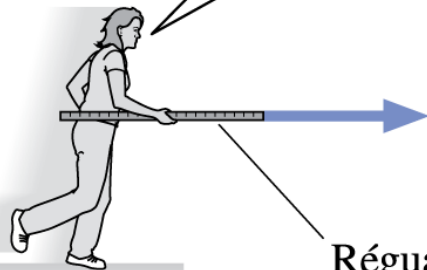
- Ev1: Carmen mede a posição da ponta esquerda da sua régua
- Ev2: Carmen mede a posição da ponta direita da sua régua

P: E no Ref. S' de Dan, qual é a ordem desses eventos?

A) $t_1' < t_2'$ B) $t_1' > t_2'$ C) $t_1' = t_2'$ D) Depende de v

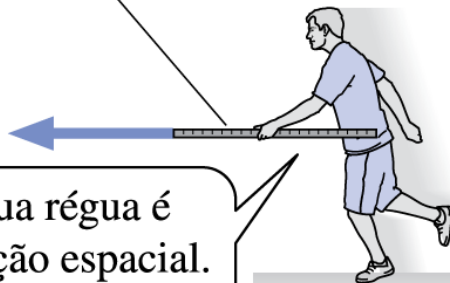
Paradoxo?

Sua régua é mais curta que a minha.
Ocorreu contração espacial porque
você está se movendo relativamente
a mim.



Carmen

Réguas



Dan

Não pode ser. A sua régua é
que sofreu contração espacial.
Ela é a régua mais curta.

Para medir o comprimento de um corpo em movimento, é preciso **medir simultaneamente a posição de cada extremidade**

Ex: No Ref. S de Carmen, são simultâneos:

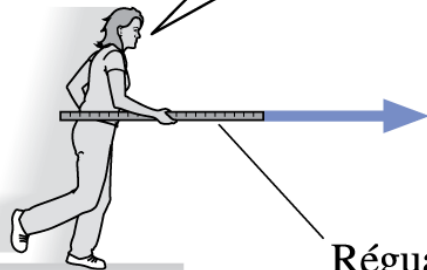
- **Ev1: Carmen mede a posição da ponta esquerda da sua régua**
- **Ev2: Carmen mede a posição da ponta direita da sua régua**

P: E no Ref. S' de Dan, qual é a ordem desses eventos?

A) $t_1' < t_2'$ B) $t_1' > t_2'$ C) $t_1' = t_2'$ D) Depende de v

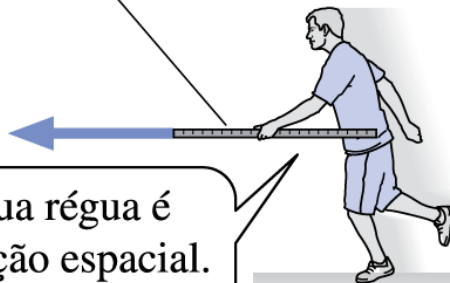
Paradoxo?

Sua régua é mais curta que a minha.
Ocorreu contração espacial porque
você está se movendo relativamente
a mim.



Carmen

Réguas



Dan

Não pode ser. A sua régua é
que sofreu contração espacial.
Ela é a régua mais curta.

Para medir o comprimento de um corpo em movimento, é preciso **medir simultaneamente a posição de cada extremidade**

Ex: No Ref. S' de Dan, são simultâneos:

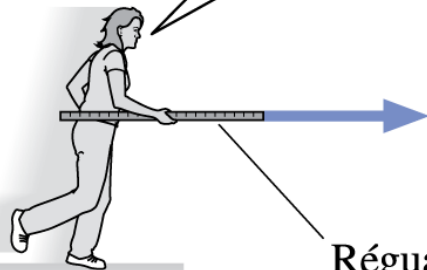
- **Ev3: Dan mede a posição da ponta esquerda da régua de Carmen**
- **Ev4: Dan mede a posição da ponta direita da régua de Carmen**

P: E no Ref. S de Carmen, qual é a ordem desses eventos?

A) $t_3 < t_4$ B) $t_3 > t_4$ C) $t_3 = t_4$ D) Depende de v

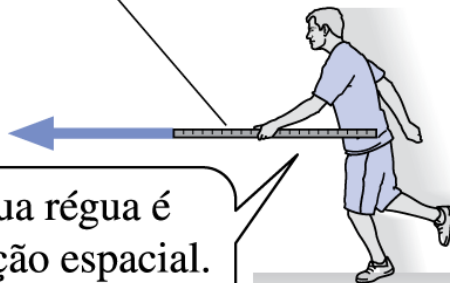
Paradoxo?

Sua régua é mais curta que a minha.
Ocorreu contração espacial porque
você está se movendo relativamente
a mim.



Carmen

Réguas



Dan

Não pode ser. A sua régua é
que sofreu contração espacial.
Ela é a régua mais curta.

Para medir o comprimento de um
corpo em movimento, é preciso
**medir *simultaneamente* a posição
de cada extremidade**

**Ex: No Ref. S' de Dan, são
simultâneos:**

- **Ev3: Dan mede a posição da ponta esquerda da régua de Carmen**
- **Ev4: Dan mede a posição da ponta direita da régua de Carmen**

**P: E no Ref. S de Carmen, qual é
a ordem desses eventos?**

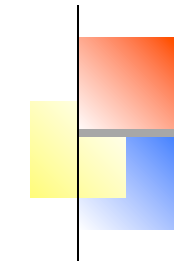
A) $t_3 < t_4$

B) $t_3 > t_4$

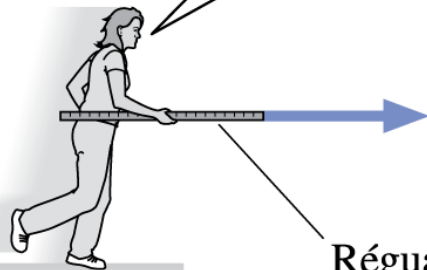
C) $t_3 = t_4$

D) Depende de v

Paradoxo?

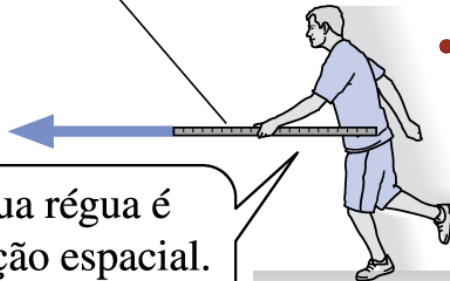


Sua régua é mais curta que a minha. Ocorreu contração espacial porque você está se movendo relativamente a mim.



Carmen

Réguas



Dan

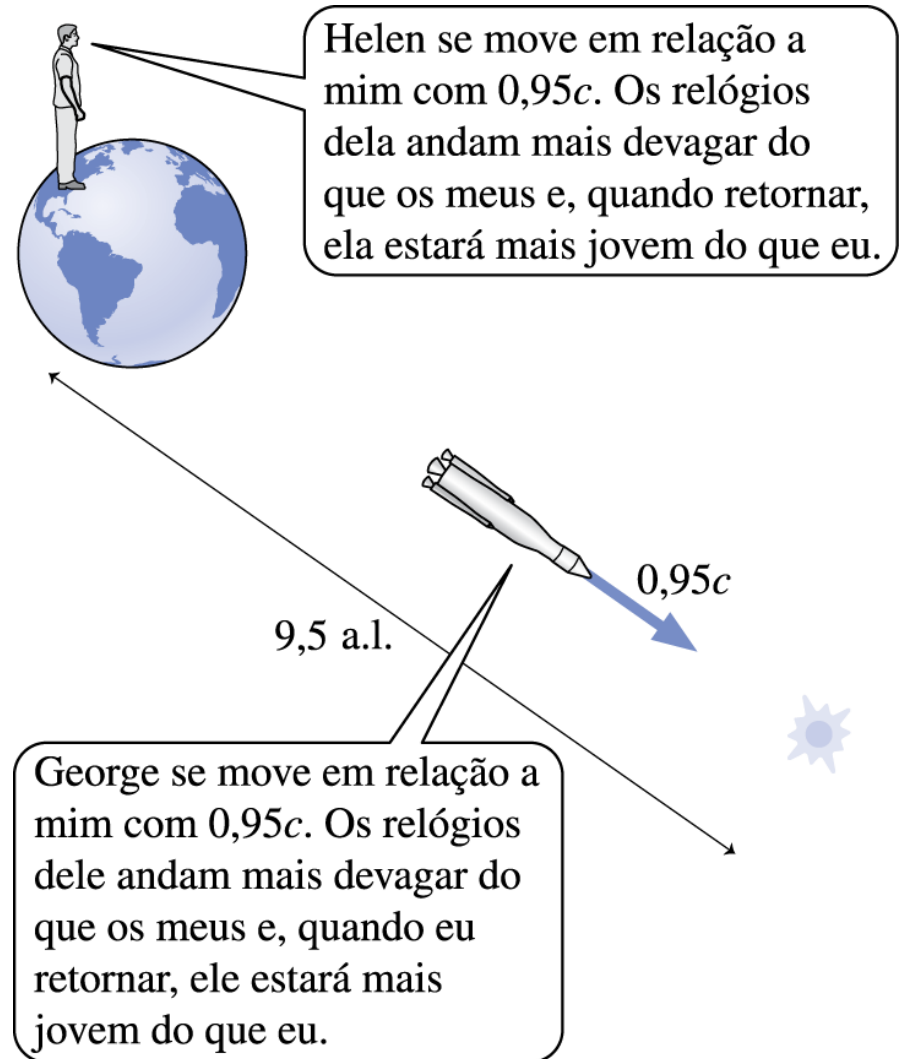
Não pode ser. A sua régua é que sofreu contração espacial. Ela é a régua mais curta.

- Para medir o comprimento de um corpo em movimento, é preciso medir **simultaneamente** a posição de cada extremidade
- Porém, eventos simultâneos para Dan **não são simultâneos** para Carmen, e vice-versa!
- Para Carmen, Dan mede **primeiro** a posição da ponta da frente da régua dela, e **depois** a de trás. Ben diz que Carmen faz o mesmo com a régua dele...

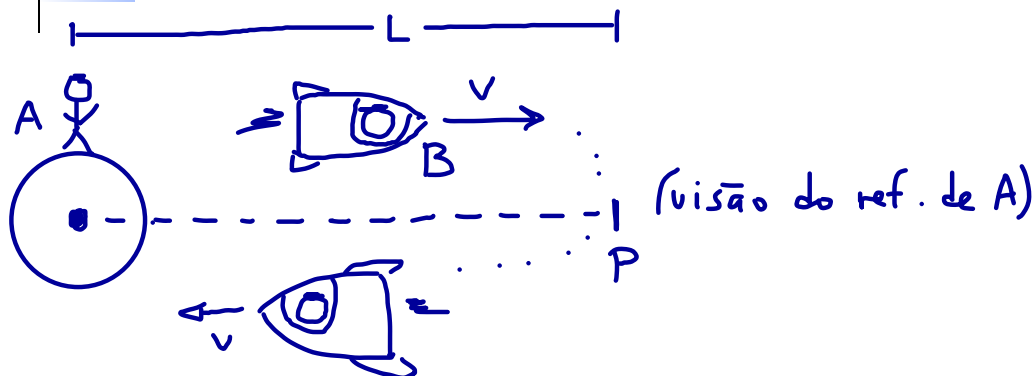
“Paradoxo” dos Gêmeos

George e Helen são gêmeos: Helen parte em uma viagem até uma estrela distante. Quando ela volta à Terra, quem estará mais jovem, George ou Helen? Ou terão a mesma idade?

- A) George
- B) Helen
- C) Mesma idade



“Paradoxo” dos Gêmeos - a solução (obs: não está no livro!)



Ref. de A :

distância entre A e P : L

tempo até reencontro: $t_A = \frac{2L}{v}$

Ref. da ida de B

distância entre A e P : $L' = \underbrace{\gamma^{-1}}_{\equiv \gamma < 1} L < L !$

tempo de ida : $t_{B1} = \frac{\gamma^{-1} L}{v}$



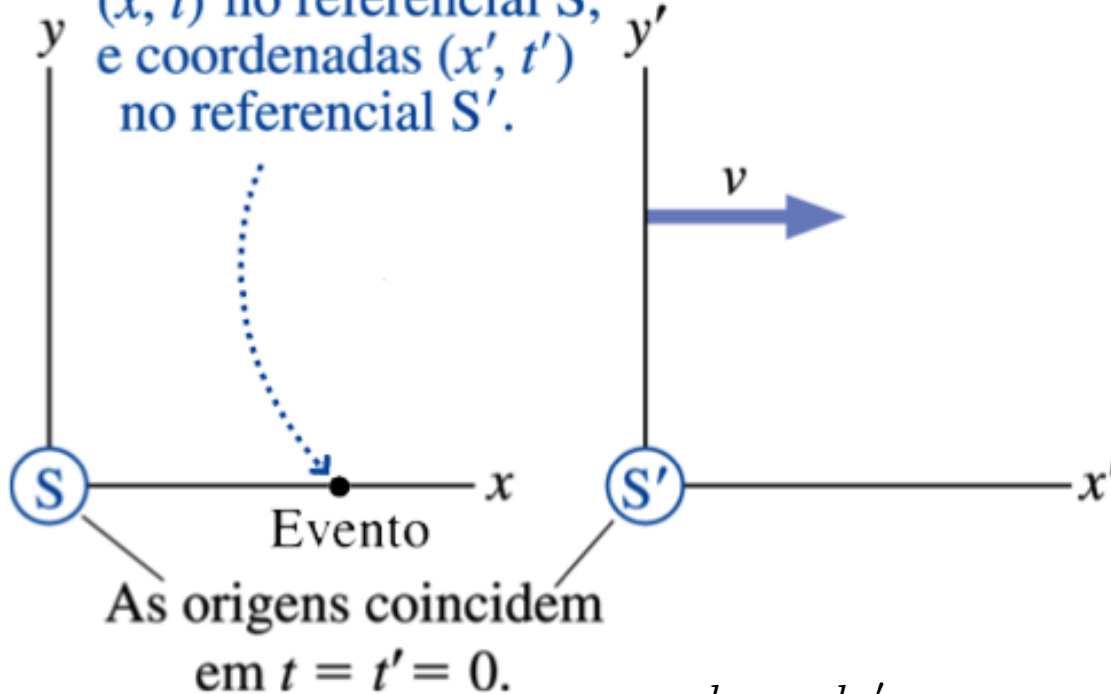
Ref. da volta de B : novamente $L' = \gamma^{-1} L \rightarrow t_{B2} = \frac{\gamma^{-1} L}{v}$

$\rightarrow t_B = \frac{2L}{\gamma v} < t_A !$

$\rightarrow B$ está mais novo que A!

Transformações de Galileu

Um evento possui
coordenadas espaço-temporais
 (x, t) no referencial S ,
e coordenadas (x', t')
no referencial S' .



~~$$\begin{aligned} x &= x' + vt' \\ y &= y' \\ z &= z' \end{aligned}$$~~

~~$$\begin{aligned} u_x &= \frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + v = u'_x + v \\ u_y &= \frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt} = u'_y \\ u_z &= \frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt} = u'_z \end{aligned}$$~~

Transformações de Lorentz

As transformações corretas têm de satisfazer quatro condições:

1) Concordar com as transformações de Galileu no limite de baixas velocidades; $v \ll c$

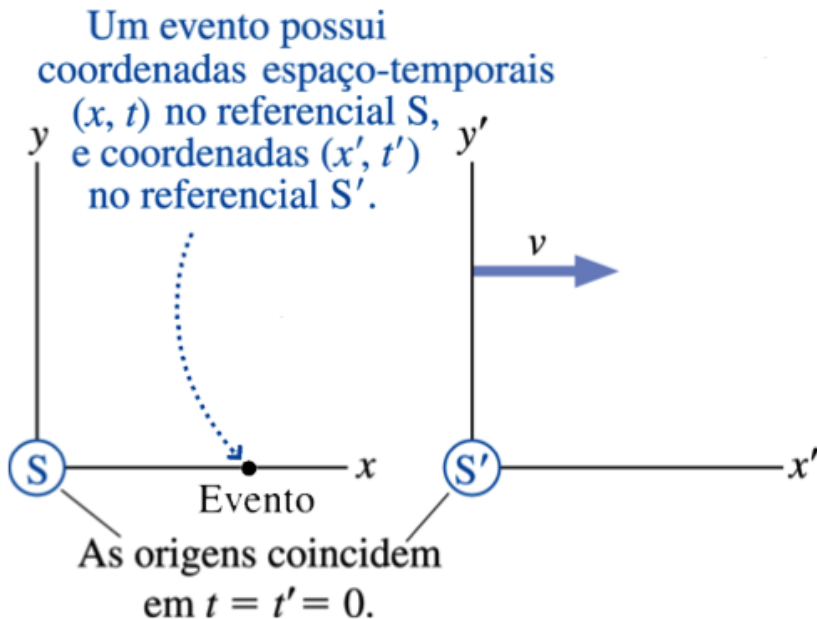
2) Transformar não apenas as coordenadas espaciais, mas também a coordenada temporal.

3) Assegurar que a velocidade da luz seja sempre a mesma, c , em todos os referenciais.

4) Serem *lineares*:

$$x' = a x + b t \quad \text{e} \quad t' = A x + B t,$$

onde a , b , A e B são constantes que dependem apenas de v

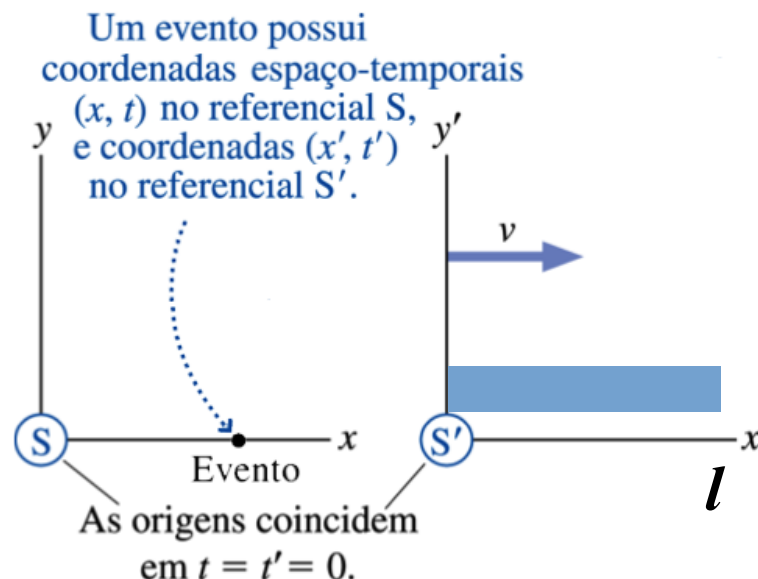


Transformações de Lorentz: dedução

- **Evento 1:** um relógio localizado na origem de S' ($x'_1 = 0$) marca t'_1
 - No ref. S , este evento tem coordenadas $(x_1 = vt_1, t_1)$ para algum t_1 . Substituindo na transformação:

$$0 = x'_1 = av t_1 + bt_1 \longrightarrow b = -av \longrightarrow x' = a(x - vt)$$

Considere agora uma régua de comprimento próprio l , que está parada no referencial S' , indo de $x' = 0$ até $x' = l$



Transformações de Lorentz: dedução

- **Evento 2:** A ponta da régua passa por um relógio parado no referencial S , no mesmo instante t_1 do Evento 1. Chamando de x_2 a posição deste evento no referencial S e substituindo na transformação:

$$l = x'_2 = a (x_2 - v t_1) = a (x_2 - x_1)$$

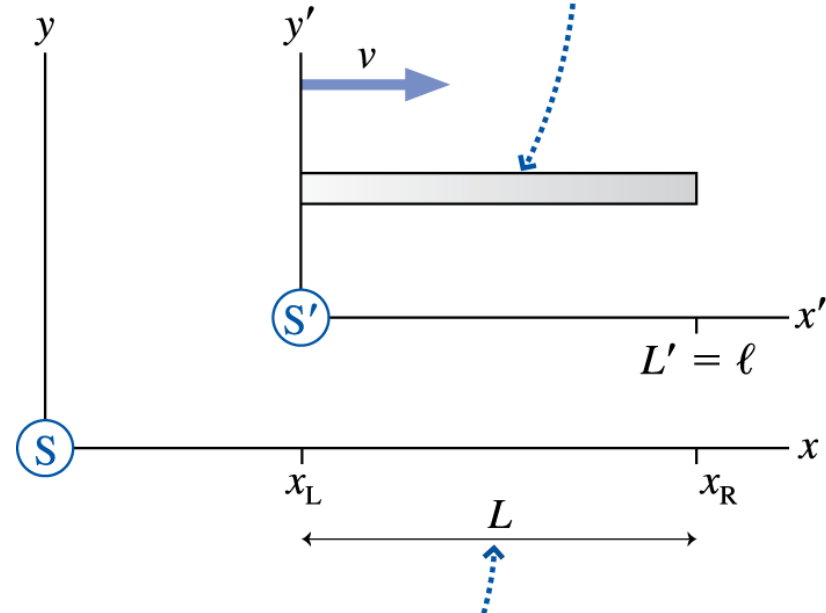
- Mas sabemos que, pela contração espacial, as distâncias entre os dois eventos nos dois referenciais satisfazem:

$$x'_2 - x'_1 = \gamma (x_2 - x_1)$$

Conclusão: $a = \gamma$ $\longrightarrow$

$$x' = \gamma (x - v t)$$

O objeto encontra-se em repouso no referencial S' . Seu comprimento é $L' = \ell$, que pode ser medido a qualquer instante.



Devido ao objeto estar em movimento no referencial S , a fim de que possamos encontrar seu comprimento L no referencial S devemos efetuar medições simultâneas de suas extremidades.



Transformações de Lorentz: dedução

$$\mathbf{x}' = \gamma (\mathbf{x} - \mathbf{v} t)$$

- Usando os mesmos argumentos mas com uma régua parada no referencial S , podemos concluir também que

$$\mathbf{x} = \gamma (\mathbf{x}' + \mathbf{v} t')$$

- Resolvendo para t' em função de x , t :

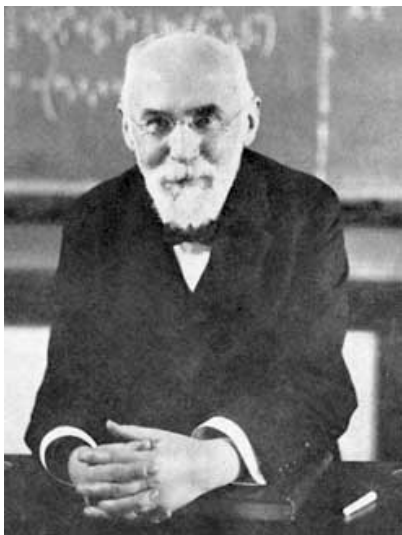
$$t' = \gamma (t - \mathbf{v} \mathbf{x} / c^2)$$

Transformações de Lorentz: dedução

As transformações corretas têm de satisfazer quatro condições:

$$x' = \gamma (x - v t)$$

$$t' = \gamma (t - v x / c^2)$$



Hendrik Lorentz

1) Concordar com as transformações de Galileu no limite de baixas velocidades; $v \ll c$ ✓

2) Transformar não apenas as coordenadas espaciais, mas também a coordenada temporal. ✓

3) Assegurar que a velocidade da luz seja sempre a mesma, c , em todos os referenciais. ✓

4) Serem *lineares*: ✓

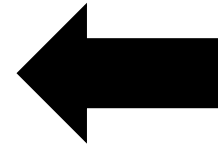
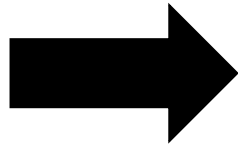
$$x' = a x + b t \quad \text{e} \quad t' = A x + B t,$$

onde a , b , A e B são constantes que dependem apenas de v

Transformações de Lorentz

O que ocorre com as distâncias y e z , **perpendiculares** ao movimento? Contraem? Esticam?

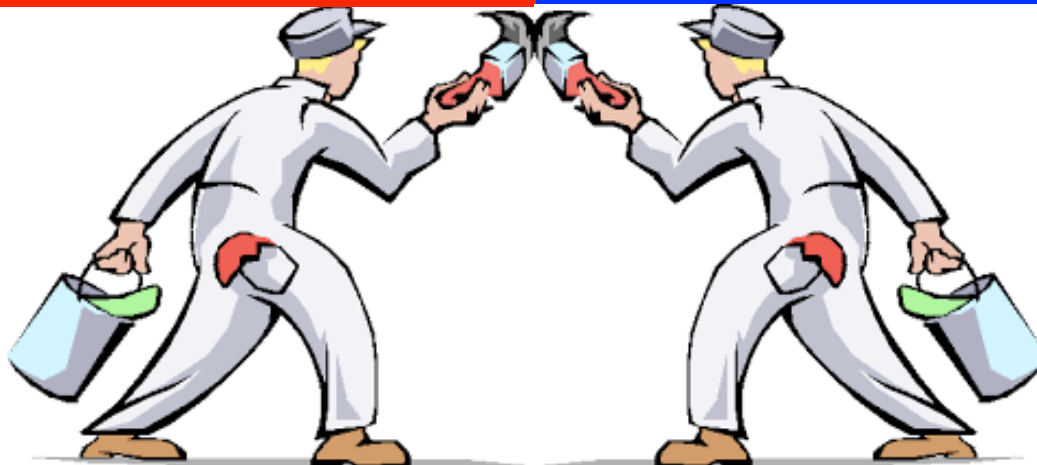
- A) Contraem menos que as na direção x
- B) Contraem da mesma forma que as na direção x
- C) Esticam
- D) Nada



Transformações de Lorentz

O que ocorre com as distâncias y e z , **perpendiculares** ao movimento? Contraem? Esticam?

- A) Contraem menos que as na direção x
- B) Contraem da mesma forma que as na direção x
- C) Esticam
- D) Nada



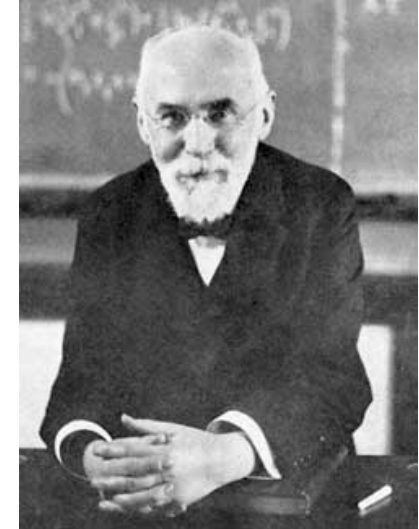
Transformações de Lorentz

O que ocorre com as distâncias y e z , **perpendiculares** ao movimento? Contraem? Esticam?

- A) Contraem menos que as na direção x
- B) Contraem da mesma forma que as na direção x
- C) Esticam
- D) Nada

De S para S'	de S' para S
$x' = \gamma (x - vt)$	$x = \gamma (x' + vt')$
$y' = y$	$y = y'$
$z' = z$	$z = z'$
$t' = \gamma (t - vx / c^2)$	$t = \gamma (t' + vx' / c^2)$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$



**Hendrik
Lorentz**

Transformações de Lorentz

De S para S'

$$x' = \gamma (x - vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma (t - vx / c^2)$$

de S' para S

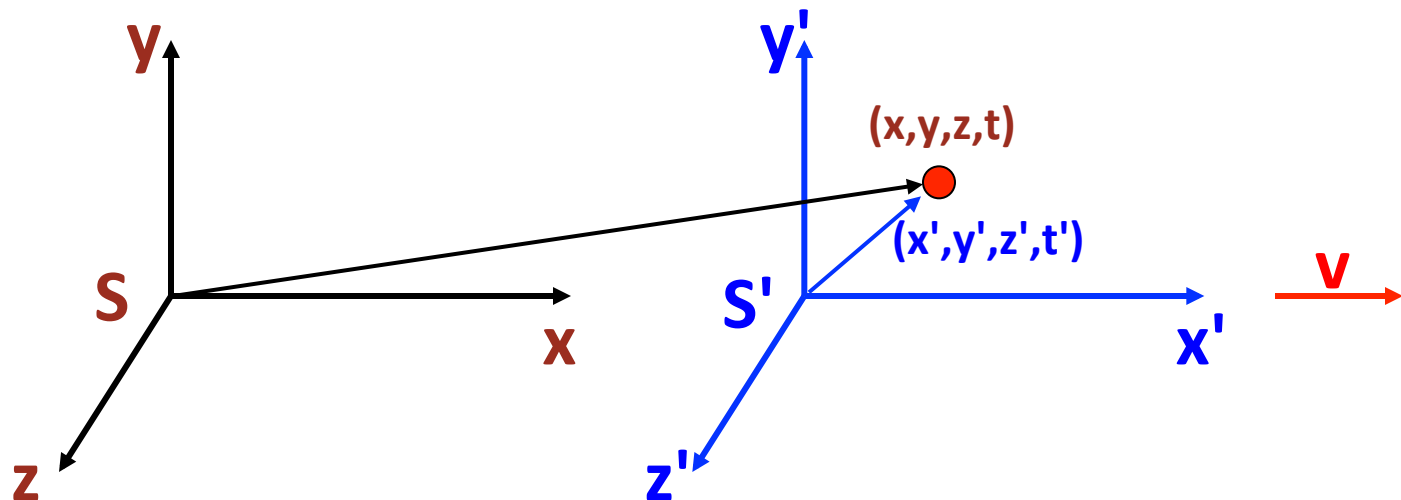
$$x = \gamma (x' + vt')$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \gamma (t' + vx' / c^2)$$

Atenção: aqui estamos assumindo a convenção de que o ponto (0,0) é o mesmo em ambos os referenciais (i.e., que os relógios de S e S' são iniciados no instante em que as origens dos dois referenciais coincidem).



Transformações de Lorentz

De S para S'

$$x' = \gamma (x - vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma (t - vx / c^2)$$

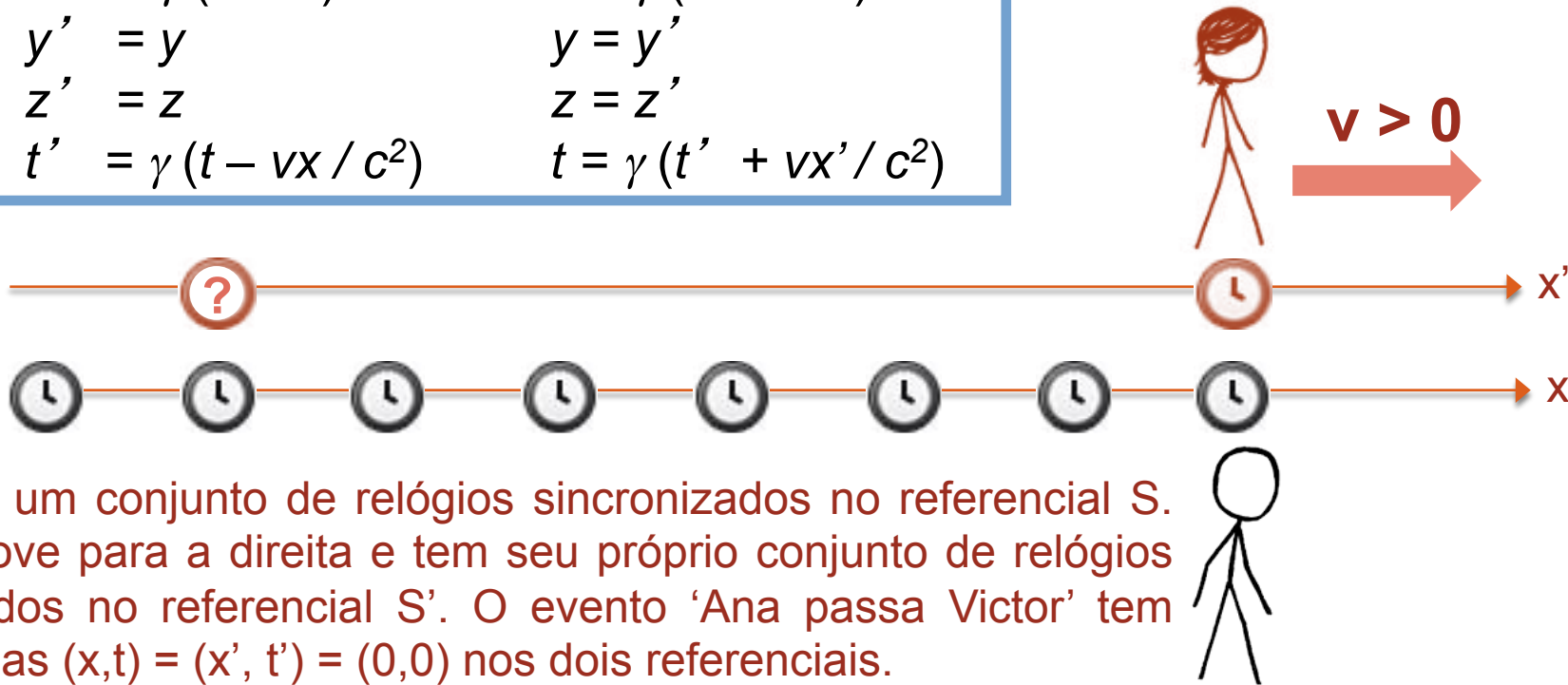
de S' para S

$$x = \gamma (x' + vt')$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \gamma (t' + vx' / c^2)$$



Victor tem um conjunto de relógios sincronizados no referencial S. Ana se move para a direita e tem seu próprio conjunto de relógios sincronizados no referencial S'. O evento 'Ana passa Victor' tem coordenadas $(x,t) = (x', t') = (0,0)$ nos dois referenciais.

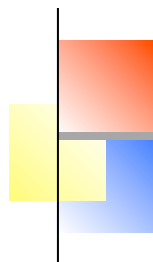
Um observador no referencial S checa o relógio de Ana marcado '?'. Comparado com os relógios de Victor, aquele indica um instante

A) Ligeiramente anterior

B) Ligeiramente posterior

C) Igual

D) A resposta pode ser (A), (B) ou (C), dependendo do valor de v



Transformações de Lorentz: 2 eventos

de S para S'

$$\Delta x' = \gamma (\Delta x - v \Delta t)$$

$$\Delta y' = \Delta y$$

$$\Delta z' = \Delta z$$

$$\Delta t' = \gamma (\Delta t - v \Delta x / c^2)$$

de S' para S

$$\Delta x = \gamma (\Delta x' + v \Delta t')$$

$$\Delta y = \Delta y'$$

$$\Delta z = \Delta z'$$

$$\Delta t = \gamma (\Delta t' + v \Delta x' / c^2)$$

Casos particulares:

Relatividade da Simultaneidade. Se $\Delta t' = 0$: $\Delta t = \gamma v / c^2 \Delta x'$

[Se no Ref. S' 2 eventos ocorrem simultaneamente mas em pontos diferentes do espaço, não serão simultâneos no Ref. S]

Dilatação temporal. Se $\Delta x' = 0$: $\Delta t = \gamma \Delta t'$

[Para 2 eventos no mesmo ponto do Ref. S', um relógio em S medirá um intervalo de tempo maior que um relógio em S']

Contração espacial. Se $\Delta t = 0$: $\Delta x = \Delta x' / \gamma$

[Medindo simultaneamente no Ref. S a posição de dois objetos/eventos, encontramos uma distância menor que a medida no Ref. S']